Préparer son entrée en seconde en mathématiques : généralités sur les fonctions

Correction 1

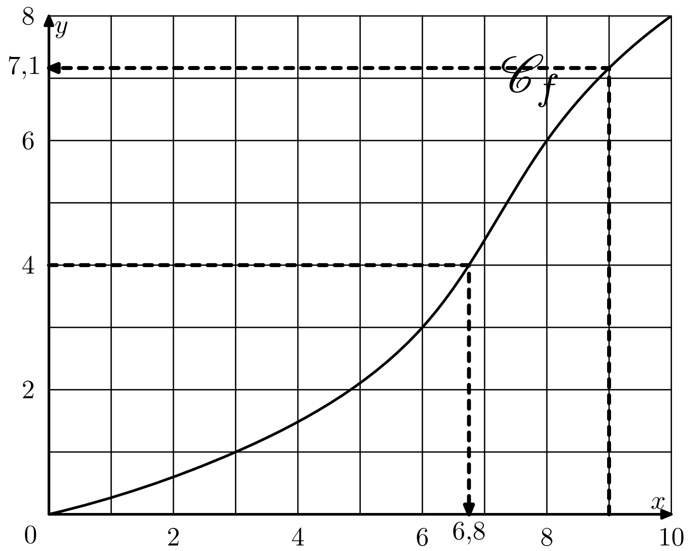
Une video est accessible

1. On a le tableau de valeurs suivantes :

x	0	3	6	8	10
$f(x)$	0	1	3	6	8

2. a. Graphiquement, on peut donner une valeur approchée de l'image de 9 :
$f(9) \approx 7{,}1$

b. Graphiquement, l'antécédent du nombre 4 a pour valeur approchée 6,8.



Correction 2

1. a. Graphiquement, on a les images suivantes :
$f(-3)=3$; $f(-1)=2$; $f(0)=1{,}5$

$f(3)=0$; $f(5)=-1$

b.
- f admet un unique antécédent du nombre 3 qui est -3 :
$f(-3)=3$
- Il existe un unique antécédent du nombre 2,5 par f :
$f(-2)=2{,}5$
-2 est l'unique antécédent par la fonction f du nombre 2,5.
- L'unique antécédent du nombre 0 par la fonction f est 3 :
$f(3)=0$
- La fonction f n'admet pas d'antécédent du nombre $-1{,}5$.

2. a. A l'aide de la fonction g, voici les images de quelques nombres :
$g(-3)=-1{,}5$; $g(-2)=0$; $g(-1)=2$

$g(1)=2$; $g(3)=2$; $g(4)=3$

b. La fonction g admet un unique antécédent du nombre $-1{,}5$; ce nombre est -3 :
$g(-3)=-1{,}5$

c. Le nombre 2 admet trois antécédent par la fonction g :
-1 ; 1 ; 3

d. Le nombre 1 admet deux antécédents par la fonction g :
$g(-1{,}5)=1$; $g(2)=1$

Correction 3

Une video est accessible

1. **Vrai :**
Graphiquement, on observe que $(0\,;-1)\in\mathscr{C}_g$. On en déduit la relation :
$g(0)=-1$.

2. **Faux :**
On observe que $(0\,;-5)\in\mathscr{C}_h$ ce qui permet d'affirmer que l'image du nombre 0 par la fonction h est -5.

3. **Vrai :**
Graphiquement, on observe que $(6\,;2)\in\mathscr{C}_f$.

4. **Faux :**
Le point $(-5\,;-3)$ appartient à la courbe représentative de la fonction g. On en déduit que le nombre -5 a pour image -3 par la fonction g.
Ainsi, -3 est un antécédent du nombre -5.

5. **Vrai :**
Le point $(-3\,;-5)$ est un point de $\mathscr{C}_f$. On en déduit que l'image de -3 par la fonction f est le nombre -5.

6. **Faux :**
Graphiquement, on observe que :
$g(3)=0$; $h(3)=1$
Les points d'abscisses 3 des courbes $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$ n'ont pas la même ordonnée.

Si cela avait été le cas, ces deux courbes devaient alors s'intercepter au points d'abscisse 3.

7. **Vrai :**
Un antécédent x du nombre -3 vérifie la relation :
$h(x)=-3$
Ainsi, le point $(x\,;-3)$ sera un point de la courbe $\mathscr{C}_h$ et ce point doit avoir pour ordonnée la valeur -3
Or, la courbe $\mathscr{C}_h$ n'admet qu'un seul point d'ordonnée -3 : $(1\,;-3)$. On en déduit que 1 est l'unique antécédent par la fonction h du nombre -3.

8. **Faux :**
Les deux points $(-6\,;2)$ et $(6\,;2)$ ont pour ordonnée 2. On en déduit que la fonction f admet au moins deux antécédents : -6 et 6.

Correction 4

Une video est accessible

Voici les phrases complétées :

1. L'image du nombre -2 par la fonction f est 6.
2. Le nombre 0 est l'image de 6 par la fonction f.

3. Un antécédent du nombre 1 par la fonction f est 0.

4. Le nombre 7 est un antécédent de -2 par f.

Correction 5

Une video est accessible

1. a. On a les images suivantes par la fonction f :
   - $f(-3) = 3\times(-3) - 4 = -9 - 4 = -13$
   - $f(-1) = 3\times(-1) - 4 = -3 - 4 = -7$
   - $f(2{,}5) = 3\times2{,}5 - 4 = 3{,}5$
   - $f(10) = 3\times10 - 4 = 26$

   b. - Les antécédents du nombre 5 par la fonction f sont les solutions de l'équation :
   $$3x - 4 = 5$$
   $$3x = 9$$
   $$x = 3$$
   - Les antécédents du nombre -10 par la fonction f sont les solutions de l'équation :
   $$3x - 4 = -10$$
   $$3x = -6$$
   $$x = -2$$

2. a. On a les images suivantes :
   - $g(2) = 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5$
   - $g(-5) = (-5)^2 + 1 = 25 + 1 = 26$
   - $g(-1) = (-1)^2 + 1 = 1 + 1 = 2$

   b. Les antécédents de 5 sont solutions de l'équation :
   $$g(x) = 5$$
   $$x^2 + 1 = 5$$
   $$x^2 = 4$$
   Les deux antécédents de 5 sont -2 et 2.

   c. Les antécédents de 1 sont solutions de l'équation :
   $$g(x) = 1$$
   $$x^2 + 1 = 1$$
   $$x = 0$$
   0 est l'unique antécédent de 1 par la fonction g.

   d. Les antécédents de 0 sont solutions de l'équation :
   $$g(x) = 0$$
   $$x^2 + 1 = 0$$
   $$x^2 = -1$$
   Le carré d'un nombre n'étant jamais strictement négatif, on en déduit que cette équation n'admet aucune solution.
   Le nombre 0 n'admet pas d'antécédent par la fonction g.

Correction 6

1. Etudions, pour chaque colonne dont les valeurs sont non-nulles, le quotient de la valeur de la seconde ligne par celle de la première ligne :

x	-1	0	3	4	6
$f(x)$	-3	0	9	12	18
	$\dfrac{-3}{-1}=3$	$\times$	$\dfrac{9}{3}=3$	$\dfrac{12}{4}=3$	$\dfrac{18}{6}=3$

On en déduit que ce tableau est un tableau proportionnalité dont le coefficient de proportionnalité est 3.

2. L'expression de la fonction f est : $f(x)=3x$

Correction 7

Une video est accessible

La fonction f est une fonction linéaire ; ainsi, il existe un nombre réel a tel que la fonction f admet l'expression :
$f(x) = a{\cdot}x$

Le point de coordonnée $(2\,;-3)$ appartenant à la courbe représentative de la fonction f ; ainsi, on a :
$$f(2) = -3$$
$$a\times2 = -3$$
$$a = -\frac{3}{2}$$
La fonction f admet l'expression :
$$f(x) = -\frac{3}{2}{\cdot}x$$

Correction 8

Une video est accessible

1. L'expression de la fonction affine f de coefficient directeur $\dfrac{2}{3}$ est :
$$f(x) = \frac{2}{3}x$$

2. On a les images suivantes par la fonction f :
   - $f(6) = \dfrac{2}{3}\times6 = 2\times2 = 4$
   - $f(8) = \dfrac{2}{3}\times8 = \dfrac{16}{3}$

3. Cherchons la valeur de x vérifiant :
$$f(x) = -2$$
$$\frac{2}{3}x = -2$$
$$x = \frac{-2}{\frac{2}{3}}$$
$$x = -2\times\frac{3}{2}$$
$$x = -3$$

Correction 9

Une video est accessible

1. La représentation graphique des trois fonctions f, g et h est une droite passant par l'origine : ces fonctions sont des fonctions linéaires.

2. Déterminons les coefficients directeurs de ces trois fonctions linéaires :
   - La fonction f admet le tableau de valeurs suivants :

x	1
$f(x)$	2

   Le coefficient de proportionnalité de ce tableau de valeurs est 2

   La fonction linéaire f a pour coefficient directeur le nombre 2.
   - La fonction g admet le tableau de valeurs suivants :

x	1
$g(x)$	$-1{,}5$

Le coefficient de proportionnalité de ce tableau de valeurs est $-1{,}5$

La fonction linéaire g a pour coefficient directeur le nombre $-1{,}5$.

- La fonction h admet le tableau de valeurs suivants :

x	3
$h(x)$	2

Le coefficient de proportionnalité de ce tableau de valeurs est $\frac{2}{3}$

La fonction linéaire h a pour coefficient directeur le nombre $\frac{2}{3}$.

Correction 10

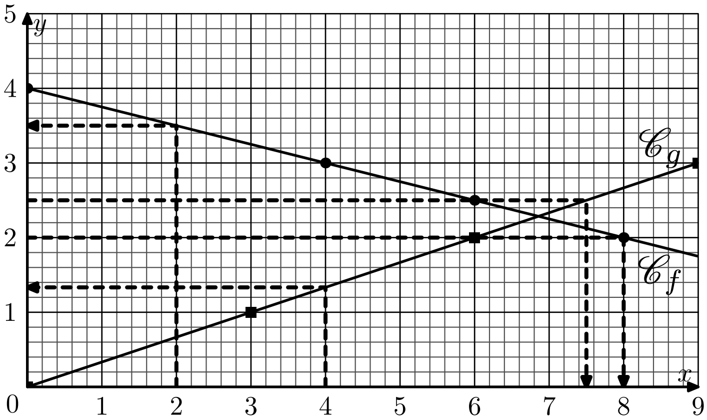
1. a. La fonction f est une fonction affine ; la fonction g est une fonction linéaire.

b. On a les deux tableaux suivants :

x	0	4	6	8
$f(x)$	4	3	2,5	2

x	0	3	6	9
$g(x)$	0	1	2	3

2. On a les deux représentations graphiques :



3. a. On a l'image de 2 par la fonction f : $f(2)=3{,}5$

b. On a l'image de 4 par la fonction g : $g(4)\approx 1{,}3$

c. 2 admet un unique antécédent 8 par la fonction f.

d. 2,5 admet un unique antécédent 7,5 par la fonction g.

